

“EMPASOFT” ТЕХНОЛОГИЙН СУРГУУЛИЙН НЭРМЖИТ МАТЕМАТИКИЙН

АНХДУГААР ОЛИМПИАД

2024.04.27

10-Р АНГИ (II ШАТ)

Бодлого бүр 6 оноо

Хугацаа 120 минут

Бодлого, оноо өгөх зөвлөмж

БодлогоХ-1. $\frac{x^2+1}{x-4} - \frac{x^2-1}{x+3} = 23$ тэгшитгэл бод.

Бодолт, оноо тавих заавар:

- Ижил хуваарь өгч эмхэтгэн $16x^2 - 25x - 275 = 0$ гэж зөв гаргавал - **3 оноо**

/нэг коэффициент буруу гаргавал 0.5 оноо хасах/

- Кв тэгшитгэл бодох томъёог зөв хэрэглэсэн бол – **1 оноо**

- $x_1 = 5$ гэсэн нэг шийдийг зөв олоход - **1 оноо**

- $x_2 = -\frac{55}{16}$ гэсэн нөгөө шийдийг зөв олоход - **1 оноо**

БодлогоХ-2. $R=2$ радиустай тойрогт багтсан $ABCD$ трапецийн AC диагональ нь BAD өнцгийн бисектрис болох ба BC бага суурийн урт нь AD их суурийн уртаас 2 дахин бага бол трапецийн талбайг ол. .

Бодолт, оноо тавих заавар: $BC=x$, $AD=2x$, $\sphericalangle BAC=\alpha$ гэж тэмдэглэе.

- Диагональ нь бисектрис гэдгээс бага суурь нь хажуу талтай тэнцүүг харуулбал– **1 оноо**

- Sin tr-бичих эсвэл C-оройгоос их суурь руу АВ-тэй // хэрчим татаж $\alpha=30^\circ$ эсвэл их суурь дахь өнцөг 60° гэдгийг харуулбал - **2 оноо**

- Тойргийн радиус 2 гэдгээс Sin tr-бичиж $x=2$ гэж олбол -**1 оноо**

- Трапецийн өндрийг Пифагорын теорем бичиж $h = \sqrt{3}$ гэж зөв олоход - **1 оноо**

- Трапецийн талбайг $S = 3\sqrt{3}$ гэж зөв олоход - **1 оноо**

БодлогоХ-3. А хотоос В хот руу ачааны машин гарав. Нэг цагийн дараа мөн А хотоос суудлын машин гарч В хотод ачааны машинтай зэрэг очив. Хэрэв А ба В хотоос ачааны болон суудлын машинууд зэрэг угталцан гарвал 1 цаг 12 минутын дараа уулзана. Тэгвэл ачааны машин 2 хотын хоорондох зайг ямар хугацаанд туулах вэ? (Машин тус бүрийн хурдыг жигд гэж үзнэ.)

Бодолт, оноо тавих заавар: $AB=S$, ачааны машины хурдыг- x гэе.

- Ачааны машин S -зайг $t = \frac{S}{x}$ хугацаанд туулна- **1 оноо**

- Суудлын машин энэ зайг $t-1 = \frac{S}{x} - 1$ хугацаанд туулна. - **1 оноо**

- Эндээс суудлын машины хурд нь $y = \frac{S}{t-1} = \frac{S}{\frac{S}{x}-1}$ болно. -**1 оноо**

- Угталцан гарах үед $1\frac{1}{5}(x+y) = S$ тул орлуулбал $1\frac{1}{5}\left(x + \frac{S}{\frac{S}{x}-1}\right) = S$ тэгшитгэл үүснэ.- **1 оноо**

- Хоёр талыг нь x -д хуваан $t = \frac{S}{x}$ хугацаагаар илэрхийлбэл $5t^2 - 17t + 6 = 0$ тэгшитгэл үүснэ - **1 оноо**

-Энэ тэгшитгэлийн $t = 3$ гэсэн шийд нь бодлогын хариу болно.-**1 оноо**

БодлогоХ-4. $(3a-1)x^2 + 2ax + 3a - 2 = 0$ тэгшитгэл нь ялгаатай хоёр бодит шийдтэй байх a -параметрийн бүх утгыг ол.

Бодолт, оноо тавих заавар:

- $\begin{cases} 3a-1 \neq 0 \\ D = 4a^2 - 4(3a-1)(3a-2) > 0 \end{cases}$ гэж бичсэн бол - **1 оноо** / $(3a-1)$ -г тооцоогүй бол 0.5 оноо/

- $4a^2 - 4(3a-1)(3a-2) > 0$ т/б-г эмхэтгээд $\begin{cases} 3a-1 \neq 0 \\ 8a^2 - 9a + 2 < 0 \end{cases}$ руу шилжүүлсэн бол - **1 оноо**

- $8a^2 - 9a + 2 = 8\left(a^2 - \frac{9}{8}a + \frac{2}{8}\right) = 8\left(\left[a^2 - 2a \cdot \frac{9}{16} + \left(\frac{9}{16}\right)^2\right] + \frac{2}{8} - \left(\frac{9}{16}\right)^2\right)$ гэж бүтэн кв ялган

$8\left(\left[a - \frac{9}{16}\right]^2 - \sqrt{\frac{17}{256}}\right) = 8\left(a - \frac{9}{16} - \frac{\sqrt{17}}{16}\right)\left(a - \frac{9}{16} + \frac{\sqrt{17}}{16}\right)$ үржигдэхүүнд задлавал- **2 оноо**

- $8\left(a - \frac{9}{16} - \frac{\sqrt{17}}{16}\right)\left(a - \frac{9}{16} + \frac{\sqrt{17}}{16}\right) < 0$ гэдгээс “+” ба “-” тохиолдолд тус бүрд салган $3a-1 \neq 0$ болохыг

тооцож шийдийг $\frac{9}{16} - \frac{\sqrt{17}}{16} < a < \frac{1}{3}$ ба $\frac{1}{3} < a < \frac{9}{16} + \frac{\sqrt{17}}{16}$ гэж зөв бичвэл- **2 оноо**