

EMPASOFT Технологийн сургуулийн нэрэмжит математикийн 1-р олимпиад

11-р анги, 1-р шат

2024.01.24

Хугацаа 90 минут

1 онооны бодлогууд

1. $\frac{2x^2 - 3x + 1}{x^2 - 2x + 3} \geq 0$ тэнцэтгэл бишийн шийдийн олонлог аль нь вэ?

а) $x \in]-\infty; \frac{1}{2}[\cup]1; \infty[$

б) $x \in]-\infty; \frac{1}{2}] \cup]1; \infty[$

в) $x \in]-\infty; -1] \cup]-\frac{1}{2}; \infty[$

г) $x \in]-\infty; -1[\cup]\frac{1}{2}; \infty[$

д) аль нь ч биш

2. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$ тэгшитгэлийн систем нь хэдэн шийдтэй вэ?

а) шийдгүй

б) 1

в) 2

г) 3

д) аль нь ч биш

3. Хэрэв $f(2x+3) = x^2 + x - 1$ бол $f(x)$ функц аль нь вэ?

а) $f(x) = x^2 - x - 1$

б) $f(x) = \frac{1}{4}x^2 - x - \frac{1}{4}$

в) $f(x) = \frac{1}{4}x^2 - x + 1$ г)

$f(x) = \frac{1}{4}x^2 + x + \frac{1}{4}$

д) аль нь ч биш

4. Сөрөг биш, бодит x -утгуудын хувьд $y = x^2 + x$ функцийн урвуу функц нь аль вэ?

а) $y = \frac{-1 - \sqrt{1+4x}}{2}$

б) $y = \frac{-1 + \sqrt{1+4x}}{2}$

в) $y = \frac{-1 \pm \sqrt{1-4x}}{2}$ г)

$y = \frac{-1 + \sqrt{1-4x}}{2}$

д) аль нь ч биш

5. $ABCD$ параллелограммын гурван орой нь $A(3, 2, 1), B(-4, 3, 7), C(5, 8, 9)$ координаттай бол D -оройн координат аль нь вэ?

а) $D(-12, -7, 3)$

б) $D(12, 7, 3)$

в) $D(-6, -13, 3)$

г) $D(10, -4, -6)$

д) аль нь ч биш

6. $\text{tg} 585^\circ - \cos 780^\circ + \sin 390^\circ$ илэрхийллийн утга аль нь вэ?

а) 0

б) 1

в) $\frac{1}{2}$

г) $\frac{1}{3}$

д) аль нь ч биш

7. $\vec{a} = 3\vec{i} - 1\vec{j} + 2\vec{k}$ ба $\vec{b} = -2\vec{i} + 1\vec{j} + 3\vec{k}$ векторууд өгөгдсөн бол $\vec{p} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$ байх \vec{p} -векторын урт аль нь вэ?

а) $\sqrt{178}$

б) $\sqrt{194}$

в) 14

г) $\sqrt{201}$

д) аль нь ч биш

8. $y = 2x^3 - 3x + 2\sqrt{x}$ функцийн 2-р эрэмбийн уламжлалыг олбол аль нь гарах вэ?

$$a) y'' = 6x - 3 + \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$b) y'' = 6 - \frac{1}{2\sqrt{x^3}}$$

$$в) y'' = 6 + \frac{1}{2\sqrt{x^3}}$$

$$г) y'' = \frac{1}{2\sqrt{x^3}}$$

д) аль нь ч биш

9. $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 8x + 1$ функцийн өсөх завсар аль нь вэ ?

$$a)]-\infty; -4[\cup]2; \infty[$$

$$b)]-\infty; -2[\cup]4; \infty[$$

$$в)]-\infty; -2[\cup]2; \infty[$$

$$г)]-\infty; -4[\cup]4; \infty[$$

д) аль нь ч биш

10. Ангийн 6 хүүгийн шалгалтын дундаж дүн 65%, харин 4 охины шалгалтын дундаж дүн 80% бол энэ эдгээр хүүхдүүдийн шалгалтын дундаж дүн аль нь вэ?

$$a) 70\%$$

$$b) 71\%$$

$$в) 72\%$$

$$г) 74\%$$

д) аль нь ч биш

2 онооны бодлогууд

1. 30 км/ц-ийн хурдтай моторт завиар урсгал сөрж 90 км яваад буцаад ирэхэд 6 цаг 15 минут зарцуулав. Урсгалын хурд аль нь байх вэ?.

$$a) 5 \text{ км/ц}$$

$$b) 6 \text{ км/ц}$$

$$в) 7.5 \text{ км/ц}$$

$$г) 8 \text{ км/ц}$$

д) аль нь ч биш

2. А ба В хотуудаас хоёр машин нэгэн зэрэг угталцан гарч нэг цагийн дараа уулзав. Хэрэв нэг машин нь А хотод ирсний дараа нөгөө машин 35 минутын дараа В хотод очсон бол эдгээр машинуудын хурдны харьцааг ол.

$$a) 2$$

$$b) \frac{4}{3}$$

$$в) \frac{5}{3}$$

$$г) \frac{5}{4}$$

д) аль нь ч биш

3. $8 + 17 + 26 + 35 + \dots + 2024$ нийлбэр аль нь вэ?

$$a) 188900$$

$$b) 228600$$

$$в) 239200$$

$$г) 245400$$

д) аль нь ч биш

4. $A(6, 1), B(6, 8), C(10, 5)$ цэгт оройтой гурвалжны В оройгоос татсан өндрийн тэгшитгэл аль нь вэ?

$$a) y = -2x + 20$$

$$b) y = -x + 14$$

$$в) y = -\frac{1}{2}x + 11$$

$$г) y = -\frac{1}{3}x + 10$$

д) аль нь ч биш

5. Хэрэв $\cos \alpha + \sin \alpha = \frac{1}{2}$ бол $\cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \alpha$ илэрхийллийн утга аль нь вэ?

$$a) \frac{3}{16}$$

$$b) \frac{9}{64}$$

$$в) \frac{9}{16}$$

$$г) \frac{7}{64}$$

д) аль нь ч биш

6. Хэрэв $\vec{a} = (2, -3, 1)$, $\vec{b} = (-5, -3, 4)$ ба эдгээр векторуудын хоорондох өнцөг нь α бол $\cos \alpha$ -ийн утга аль нь вэ?

- а) $\frac{5}{3\sqrt{14}}$ б) $\frac{3}{5\sqrt{28}}$ в) $\frac{5}{\sqrt{42}}$ г) $\frac{5}{4\sqrt{14}}$ д) аль нь ч биш

7. $y = \sqrt[5]{\left(2x^2 + \frac{3}{x} - 2\right)^3}$ функцийг уламжлал аль нь вэ?

- а) $\frac{12x}{5 \cdot \sqrt[5]{\left(2x^2 + \frac{3}{x} - 2\right)^2}}$ б) $\frac{12x - \frac{9}{x^2}}{5 \cdot \sqrt[5]{\left(2x^2 + \frac{3}{x} - 2\right)^2}}$ в) $\frac{12x + \frac{9}{x^2}}{5 \cdot \sqrt[5]{\left(2x^2 + \frac{3}{x} + 2\right)^3}}$
 г) $\frac{4x - \frac{3}{x^2}}{\sqrt[5]{\left(2x^2 + \frac{3}{x} - 2\right)^3}}$ д) аль нь ч биш

8. $y = x^3 + 2\sqrt{x} - 1$ тэгшитгэлтэй муруйн $x_0 = 1$ цэгт татсан шүргэгч шулууны тэгшитгэл аль нь вэ?

- а) $y = 4x + 2$ б) $y = 4x - 2$ в) $y = 2x - 4$ г) $y = 2x + 4$
 д) аль нь ч биш

9. $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + kx^2 - 2x + 10$ функц бүх тоон шулуун дээр буурдаг байх k -ийн авч болох утгуудын олонлог аль нь вэ?

- а) $k \in]\sqrt{2}; \infty[$ б) $k \in]-\sqrt{2}; \sqrt{2}[$ в) $k \in]-\infty; -\sqrt{2}[$
 г) $k \in]-\infty; -\sqrt{2}[\cup]\sqrt{2}; \infty[$ д) аль нь ч биш

10. $11 \times 11 \times 11$ шооны гадна талсыг будаад, дараа нь $1 \times 1 \times 1$ шоонуудад хуваав. Задарсны дараах шоонуудаас санамсаргүйгээр 1 шоо сонгон авахад яг нэг талс болон яг гурван талс нь будагдсан шоо байх зэгэдийн магадлал аль нь вэ?

- а) $\frac{67}{121}$ б) $\frac{54}{121}$ в) $\frac{486}{1331}$ г) $\frac{8}{1331}$ д) аль нь ч биш

3 онооны бодлогууд

1. $\begin{cases} x - 3y + z = -6 \\ 2x + 5y - 3z = 5 \\ x + 8y - 4z = 11 \end{cases}$ шугаман тэгшитгэлийн системийн шийдүүдийн нийлбэр аль нь вэ?

- а) -1 б) 1 в) 2 г) 3 д) аль нь ч биш

2. Өгөгдсөн геометр прогресс үүсгэх 3 бүхэл тооны үржвэр 64 ба дундах тоон дээр 1-ийг нэмэхэд арифметик прогресс үүсгэх бол энэ 3 тооны нийлбэр нь хэд вэ?

- а) 10 б) 14 в) 18 г) 22 д) аль нь ч биш

3. $\frac{(\sin x - \cos x)(1 + \sin x \cos x)}{\sin x \cdot \operatorname{tg} x - \cos x \cdot \operatorname{ctg} x}$ илэрхийллийг хялбарчилбал аль хариу нь гарах вэ?

- а) $\sin x$ б) $\sin x \cdot \cos x$ в) $\cos x$ г) $\sin x + \cos x$ д) аль нь ч биш

4. Хэрэв $y = f(x)$ тэгшитгэлтэй муруйн $x_0 = 2$ цэгт татсан шүргэгч шулууны тэгшитгэл нь $y - 4x + 3 = 0$ бол уг муруйн өгөгдсөн цэгт татсан нормаль шулууны тэгшитгэл аль нь вэ?.

- а) $x + 4y - 18 = 0$ б) $x + 4y - 22 = 0$ в) $x + 4y + 10 = 0$
г) $x + 4y + 20 = 0$ д) аль нь ч биш

5. Хэрэв хурдаа хасаж яваа машины явсан зам хугацаанаас хамаарч $s(t) = 40 + 6t - t^2$ хуулиар өөрчлөгдөж байсан бол ямар хугацааны дараа зогсох вэ?.

- а) $t = 5$ б) $t = 3$ в) $t = 10$ г) $t = 8$ д) аль нь ч биш

6. $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 2$ функцийг хамгийн бага утга аль нь вэ?.

- а) $f_{\min} = 2$ б) $f_{\min} = -25$ в) $f_{\min} = 7$ г) $f_{\min} = -12$
д) аль нь ч биш

7. Хэрэв тэгш өнцөгтийн периметр нь 24 бол талбайн авч болох хамгийн их утга аль нь вэ?

- а) $S_{\max} = 32$ б) $S_{\max} = 36$ в) $S_{\max} = 20$ г) $S_{\max} = 35$
д) аль нь ч биш

8. Голын 3 цифрийн нийлбэр нь тэгш байх, 5 оронтой сондгой тоо хичнээн байх вэ?

- а) 25000 б) 22500 в) 11250 г) 5625 д) аль нь ч биш

9. Гурван тамирчин бай буудав. Байг 1-р тамирчны онох магадлал 0.9, харин 2-р болон 3-р тамирчны онох магадлал 0.8 бол эдгээр гурван тамирчны ядаж 2 нь байгаа онох үзэгдлийн магадлал аль нь вэ?

- а) 0.072 б) 0.928 в) 0.576 г) 0.352 д) аль нь ч биш

10. Өндрийн түвшнийг хэмжигчтэй дугуй цилиндр савны суурийн диаметр 10 см ба түүнд хэсэг ус хийв. Дахин 3 см диаметртэй металл бөмбөрцөг хийн живүүлэхэд усны түвшин нь хэмжигч дээр 30 см-ийг зааж байсан бол саванд хийсэн усны эзлэхүүн аль нь вэ?

- а) 625π (см³) б) 714π (см³) в) 750π (см³) г) 36π (см³)
д) аль нь ч биш